1

1. **定义**

平面内与一个定点 F 和一条定直线 l(l 不经过点 F)距离相等的点的轨迹叫做抛物线(parabola). 点 F 叫做抛物线的焦点,直线 l 叫做抛物线的准线.

2. **集合表示**

设点 $M(x,y)$ 是抛物线上任意一点,抛物线的焦点为 F,准线为 l,点 M 到准线 l 的距离为 d,则由抛物线的定义知,抛物线可以视为动点 M 的集合 $P=\{M \mid |MF|=d, d>0\}$.

1. 过点 $A(3,0)$ 且与 y 轴相切的圆的圆心的轨迹为 **答案**▶D

A. 圆　　B. 椭圆　　C. 直线　　D. 抛物线

2. 知识点 1 如图 2.4.1－9，在正方体 $ABCD-A_1B_1C_1D_1$ 中，P 是侧面 BB_1C_1C 内一动点，若 P 到直线 BC 与直线 C_1D_1 的距离相等，则动点 P 的轨迹所在的曲线是（ **D** ）

A. 直线　　B. 圆

C. 椭圆　　D. 抛物线

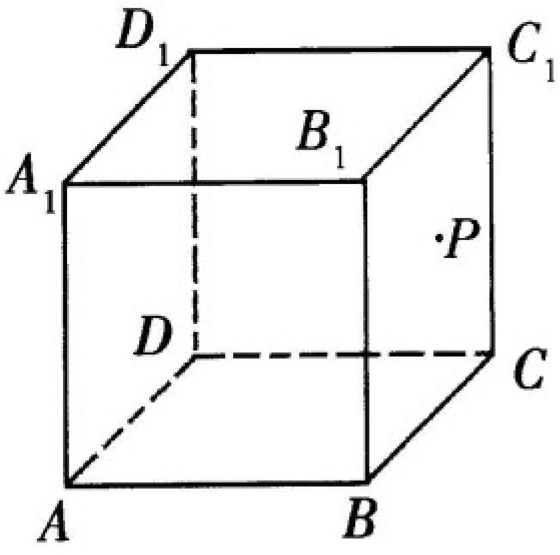


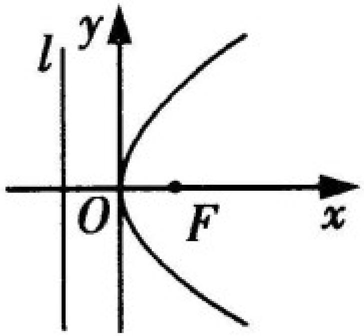
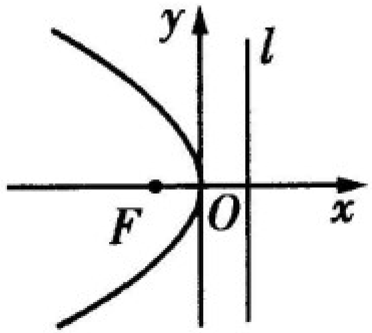
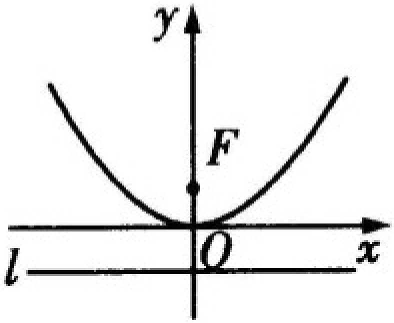
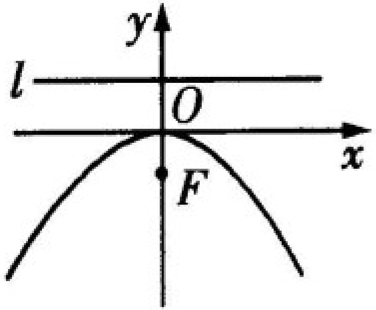
图 2.4.1－9

3. 若动点 P 到定点 $F(1,1)$ □□□□□□□□ **3x+y-4=0** 的距离相等，则动点 P 的轨迹是 **D**

A. □□　　**B.** □□□　　**C.** □□□　　**D.** □□

□□□ 2 □□□□□□□□

1. 抛物线的标准方程

标准方程	$y^2=2px(p>0)$	$y^2=-2px(p>0)$	$x^2=2py(p>0)$	$x^2=-2py(p>0)$
图形				
焦点坐标	$(\frac{p}{2},0)$	$(-\frac{p}{2},0)$	$(0,\frac{p}{2})$	$(0,-\frac{p}{2})$
准线方程	$x=-\frac{p}{2}$	$x=\frac{p}{2}$	$y=-\frac{p}{2}$	$y=\frac{p}{2}$

2. 参数 p 的几何意义 焦准距

你能说明二次函数 $y=ax^2(a\neq0)$ 的图象为什么是抛物线吗？指出它的焦点坐标、准线方程.

□□□3□□□□□□□□□□

4 抛物线 $y^2=12x$ 上一点 M 的横坐标是 3，纵坐标大

. 于 0，则点 M 到焦点的距离是____6____.

5 根据下列条件写出抛物线的标准方程：

(1) 经过点 $(-3,-1)$；　　$y^2=-\dfrac{1}{3}x$ 或 $x^2=-9y$.

(2) 焦点为直线 $3x-4y-12=0$ 与坐标轴的交点. $x^2=-12y$ 或 $y^2=16x$.

6. 如图 2.4.1－3，曲线 C_1 是以原点 O 为中心，F_1、F_2 为焦点的椭圆的一部分，曲线 C_2 是以 F_2 为焦点的抛物线的一部分，A 是曲线 C_1 和 C_2 的交点且 $\angle AF_2F_1$ 为钝角，若 $|AF_1|=\dfrac{7}{2}$，$|AF_2|=\dfrac{5}{2}$. 求曲线 C_1 和 C_2 的方程.

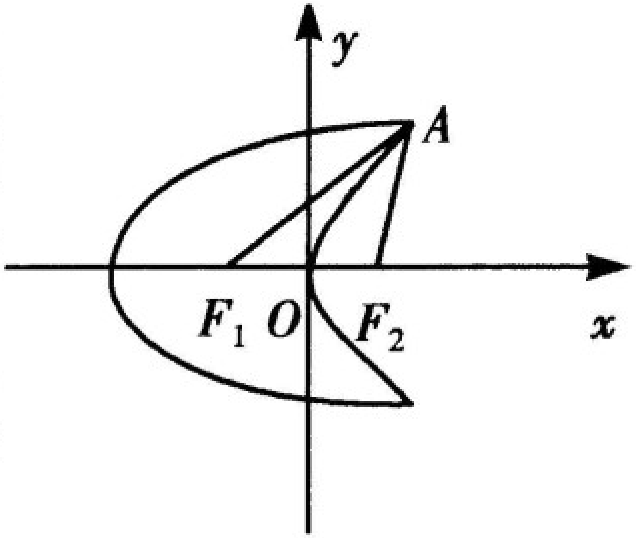


图 2.4.1－3

解析▶设椭圆方程为$\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1(a>b>0)$，$F_1(-c,0)$，$F_2(c,0)$，则$2a=|AF_1|+|AF_2|=\frac{7}{2}+\frac{5}{2}=6$，即$a=3$.

方法一　设$A(x,y)$，则$(x+c)^2+y^2=(\frac{7}{2})^2$，$(x-c)^2+y^2=(\frac{5}{2})^2$，两式相减得$xc=\frac{3}{2}$. 由抛物线的定义可知$|AF_2|=x+c=\frac{5}{2}$，则$c=1$，$x=\frac{3}{2}$或$x=1$，$c=\frac{3}{2}$（舍去，因为$\angle AF_2F_1$为钝角）. 由$b^2=a^2-c^2$，得$b^2=8$. 所以曲线$C_1$的方程为$\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{8}=1(-3\leqslant x\leqslant\frac{3}{2})$，曲线$C_2$的方程为$y^2=4x(0\leqslant x\leqslant\frac{3}{2})$.

方法二 如图 2.4.1－4，过 F_1 作垂直于 x 轴的直线 $l: x=-c$，即抛物线的准线，过点 A 作 $AR\perp l$ 于点 R，作 $AM\perp x$ 轴于点 M．则由抛物线的定义得 $|AF_2|=|AR|$，所以 $|AM|=\sqrt{|AF_1|^2-|F_1M|^2}=\sqrt{|AF_1|^2-|AR|^2}=\sqrt{|AF_1|^2-|AF_2|^2}=\sqrt{(\frac{7}{2})^2-(\frac{5}{2})^2}=\sqrt{6}$，$|F_2M|=\sqrt{|AF_2|^2-|AM|^2}=\sqrt{(\frac{5}{2})^2-6}=\frac{1}{2}$，则 $|F_1F_2|=\frac{5}{2}-\frac{1}{2}=2$，所以 $c=1$，$b^2=a^2-c^2=8$，所以曲线 C_1 的方程为 $\frac{x^2}{9}+\frac{y^2}{8}=1$ $(-3\leqslant x\leqslant\frac{3}{2})$，曲线 C_2 的方程为 $y^2=4x(0\leqslant x\leqslant\frac{3}{2})$．

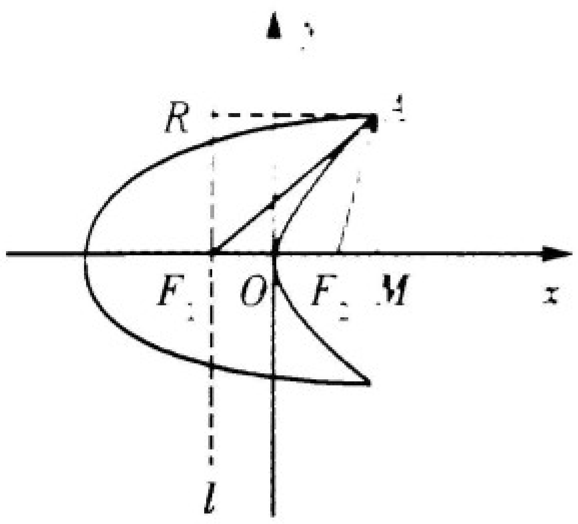


图 2.4.1－4

7　若抛物线 $y^2=2x$ 上的两点 A,B 到焦点的距离之和是 5. □□□AB□□□□□□□□ $\underline{\quad 2. \quad}$.

8.　已知圆 C 的方程为 $x^2+y^2-10x=0$. □□y□□□□□圆 C 外切的动圆圆心 P 的轨迹方程.

$$y^2=20x(x>0)\text{□}\ y=0(x<0)$$

9.　平面上一动点 P 到定点 $F(1,0)$ 的距离比点 P 到 y 轴的距离大 1,求动点 P 的轨迹方程.

$$y^2=4x(x\geqslant 0)\text{ 或 }y=0(x<0)$$

10.　已知抛物线的方程为 $x^2=8y$,F 是焦点,点 $A(-2,4)$,在此抛物线上求一点 P,使 $|PF|+|PA|$ 的值最小.

$$(-2,\frac{1}{2})$$

11 (2016·四川)设 O 为坐标原点,P 是以 F 为焦点的抛物线 $y^2=2px(p>0)$ 上任意一点,M 是线段 PF 上的点,且 $|PM|=2|MF|$,则直线 OM 的斜率的最大值为 **答案▶** C

A. $\frac{\sqrt{3}}{3}$ B. $\frac{2}{3}$ C. $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D. 1

解析▶ 设 $P(\frac{t^2}{2p},t)$,易知 $F(\frac{p}{2},0)$,则由 $|PM|=2|MF|$,得 $M(\frac{p+\frac{t^2}{2p}}{3},\frac{t}{3})$. 当 $t=0$ 时,直线 OM 的斜率 $k=0$;当 $t\neq0$ 时,直线 OM 的斜率 $k=\frac{t}{p+\frac{t^2}{2p}}=\frac{1}{\frac{p}{t}+\frac{t}{2p}}$,所以 $|k|=\frac{1}{\frac{p}{|t|}+\frac{|t|}{2p}}\leqslant$

$$\frac{1}{2\sqrt{\frac{p}{|t|}\cdot\frac{|t|}{2p}}}=\frac{\sqrt{2}}{2}$$，当且仅当 $\frac{p}{|t|}=\frac{|t|}{2p}$ 时取等号，于是直线 OM 的斜率的最大值为 $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

12. (2015·新课标全国Ⅰ)已知椭圆 E 的中心在坐标原点，离心率为 $\frac{1}{2}$，E 的右焦点与抛物线 $C:y^2=8x$ 的焦点重合. A,B 是 C 的准线与 E 的两个交点，则 $|AB|=$ **答案▶**B

A. 3　　B. 6　　C. 9　　D. 12

解析▶ 方法一　因为抛物线 $C:y^2=8x$ 的焦点坐标为(2,0)，准线 l 的方程为 $x=-2$　①，设椭圆 E 的方程为 $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=$

$1(a>b>0)$，所以椭圆 E 的半焦距 $c=2$. 又椭圆 E 的离心率为 $\frac{1}{2}$，所以 $a=4,b=2\sqrt{3}$，椭圆 E 的方程为 $\frac{x^2}{16}+\frac{y^2}{12}=1$ ②. 联立①②，解得 $A(-2,3),B(-2,-3)$ 或 $A(-2,-3),B(-2,3)$，所以 $|AB|=6$.

13 (2013·新课标全国Ⅱ)设抛物线 $C:y^2=2px(p>0)$ 的焦点为 F，点 M 在 C 上，$|MF|=5$. 若以 MF 为直径的圆过点 $(0,2)$，则 C 的方程为 **答案**▶C

A. $y^2=4x$ 或 $y^2=8x$

B. $y^2=2x$ 或 $y^2=8x$

C. $y^2=4x$ 或 $y^2=16x$

D. $y^2=2x$ 或 $y^2=16x$